

**İstanbul Ticaret Üniversitesi**  
**ENG227-Mühendislik Matematik II**  
**2019 İlkbahar**

**Alıştırma Soruları 1**

**Birinci Mertebeden Diferansiyel Denklemler:**

Temel tanım ve kavramlar, ayrılabilir ve homojen denklemler, doğrusal denklemler ve integral çarpanı, tam denklemler ve integral çarpanı, Bernoulli denklemleri, çözümün varlık ve tekliği

1. Aşağıda verilen diferansiyel denklemler için mertebeyi, dereceyi, bilinmeyen fonksiyonu ve bağımsız değişkeni ifade ediniz. Ayrıca denklemlerin lineer olup olmadıklarını belirleyiniz.

(a)  $xy''' + 2(y')^4 + y = 0$       (b)  $\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{x}{y}}$       (c)  $\left(\frac{d^2r}{dy^2}\right)^2 + \frac{d^2r}{dy^2} + \frac{dr}{dy} = r$   
(d)  $\frac{d^2z}{dt^2} - 2t\frac{dz}{dt} + 2z = t^3$       (e)  $\left(\frac{d^3b}{dp^3}\right)^{3/2} + b = p$       (f)  $t^2\ddot{s} + t\dot{s} = 1 - \cos t$

2. Verilen her bir bağıntının diferansiyel denklemin açık veya kapalı çözümü olup olmadığını kontrol ediniz.

(a)  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = x^2 + 2$ ,       $y(x) = \sin x + x^2$   
(b)  $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 1$ ,       $y(x) = x \ln x$ ,       $x > 0$   
(c)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{y-1}$ ,       $y - \ln y = x^2 + 1$

3.  $c$  keyfi bir sabit olmak üzere,  $y = \frac{1 + ce^{2x}}{1 - ce^{2x}}$  fonksiyonu

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - 1$$

denkleminin genel çözümüdür. Gösteriniz. Ayrıca  $y = 1$  ve  $y = -1$  sabit fonksiyonları da denklemin birer çözümüdür. Bu çözümler genel çözümden elde edilebilir mi?

4.  $y'' + 4y = 0$  diferansiyel denklemini verilsin.

(a)  $y(x) = c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$  fonksiyonu verilen denklemin genel çözümüdür. Gösteriniz.  
(b)  $y(x) = c_1 \sin 2x + c_2 \cos 2x$  çözümünde  $y(0) = 0$  ve  $y'(0) = 1$  başlangıç koşullarını sağlayan  $c_1$  ve  $c_2$  sabitlerini belirleyiniz.

5. Verilen denklemin tipini belirledikten sonra denklemin veya başlangıç değer probleminin çözümünü bulunuz.

(a)  $(x-2)y^3 dx + x^4(y-3) dy = 0$       (b)  $-(3x^2 + x^2y^2) dx + (y^2 + 1) dy = 0$   
(c)  $(x+1) dy - y dx = 0$ ;       $y(0) = 1$       (d)  $y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$   
(e)  $xy' = x + y$ ;       $y(1) = 3$       (f)  $te^{t^2} dt + (x^5 - 1) dx = 0$ ;       $x(0) = 0$   
(g)  $\cos\left(\frac{x+y}{x}\right) x dx + y dx = x dy$       (h)  $xy' - y - \sqrt{x^2 + y^2} = 0$ ;       $y(\sqrt{3}) = 1$   
(i)  $y' + y = \sin x$       (j)  $\frac{dQ}{dt} + \frac{2}{10+2t}Q = 4$ ;       $Q(2) = 100$   
(k)  $xz' - z = x^3 e^{x^2}$       (l)  $y' = \frac{1}{x+y}$   
(m)  $y' + \frac{2}{x}y = -x^9 y^5$ ;       $y(-1) = 2$       (n)  $x' + tx = t\sqrt{x}$   
(o)  $(x+y) dx + (x-y) dy = 0$       (p)  $\left(\cos x \cos y + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx - \sin x \sin y dy = 0$   
(r)  $y^2 dx + (3xy - 1) dy = 0$       (s)  $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{3x}y = -2x^4 y^4$   
(t)  $(6xy + 2y^2 - 5) + (3x^2 + 4xy - 6) \frac{dy}{dx} = 0$       (u)  $(ye^x + 2e^x + y^2) dx + (e^x + 2xy) dy = 0$ ;  $y(0) = 6$

6. Verilen denklemin tam olup olmadığına karar veriniz. Tam ise denklemini çözünüz. Tam değil ise denklemin için uygun bir integral çarpanını bulunuz ve denklemini çözünüz.

(a)  $(x^2 + y^2) dx + 2xydy = 0$

(b)  $(3xy + y^2) + (x^2 + xy) y' = 0$

(c)  $y^2 dx + xydy = 0$

(d)  $y' = 2xy - x$

7.  $y(1+x) dx + x(1-y) dy = 0$  diferansiyel denkleminin  $x^m y^n$  formunda bir integral çarpanını bulup denklemini çözünüz.

8.  $(x^2 + y^2 - x) dx - ydy = 0$  diferansiyel denkleminin  $I(x, y) = I(x^2 + y^2)$  formunda bir integral çarpanını bulup denklemini çözünüz.

9.  $y \sin x + f(x) y' = 0$  diferansiyel denkleminin tam olması için gerekli olan  $f(x)$  fonksiyonunu belirleyip denklemini çözünüz.

10.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y^4 + x^4}{xy^3} \quad (1)$$

diferansiyel denklemini verilsin.

(a) (1) denkleminin tipini belirleyiniz.

(b)  $y = xv$  dönüşümü yardımı ile (1) denkleminin genel çözümünü elde ediniz.

(c)  $y(1) = 2$  başlangıç koşulu altında (1) denkleminin çözümünü bulunuz.

11.

$$(3y + 4xy^2) dx + (2x + 3x^2y) dy = 0 \quad (2)$$

diferansiyel denklemini verilsin.

(a) (2) denklemini tam mıdır? Gösteriniz.

(b)  $x^2y$  fonksiyonu (2) denklemini için bir integral çarpanı olur mu? Gösteriniz.

(c) (2) denkleminin genel çözümünü bulunuz.

12.

$$(x + 2) \sin y + (x \cos y) y' = 0 \quad (3)$$

diferansiyel denklemini verilsin.

(a) (3) denklemini tam mıdır? Gösteriniz.

(b)  $xe^x$  fonksiyonu (3) denklemini için bir integral çarpanı olur mu? Gösteriniz.

(c) (3) denkleminin genel çözümünü bulunuz.

13.

$$\frac{dy}{dx} + 2y = xy^{-2} \quad (4)$$

diferansiyel denklemini verilsin.

(a) (4) denkleminin tipini belirleyiniz.

(b)  $z = y^3$  değişken değişimi yaparak (4) denkleminin

$$\frac{dz}{dx} + 6z = 3x$$

formuna dönüştüğünü gösteriniz.

(c) (4) denkleminin genel çözümünü elde ediniz.

14. Verilen başlangıç değer probleminin çözümünün varlığı ve teklifi hakkında ne söyleyebilirsiniz?

(a)  $y \frac{dy}{dx} - 4x = 0; \quad y(2) = -\pi$

(b)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}; \quad y(1) = 0$

(c)  $\frac{dy}{dx} = \frac{(y-2)^{1/2}}{x}; \quad y(1) = 1$

(d)  $\frac{dy}{dx} = 3y^{2/3}; \quad y(0) = 0$

(e)  $(\ln t) x' + x = \cos t; \quad x(2) = 3$

15.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2}{y}, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

başlangıç değeri problemini ele alınız.

- (a) Çözümünün varlığı ve tekliği hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- (b) Çözüm varsa bulunuz.

16.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \left(\frac{y-2}{x}\right)^{1/2}, \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

başlangıç değeri problemini ele alınız.

- (a) Çözümünün varlığı ve tekliği hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- (b) Çözüm varsa bulunuz.