

İnsan ve Toplum Bilimleri Fakültesi
İstatistik Bölümü
Matematik I
Güz 2019
Alıştırma Soruları 3: Türev

1. Aşağıda verilen fonksiyonların türevlerini (mevcut ise) hesaplayınız.

- (a) $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$ (b) $y = \frac{3^{x^2+1}}{1+x^2}$ (c) $y = \frac{1}{\sin(x - \sin x)}$
(d) $xy^4 + x^2y = x + 3y$ (e) $x^2 \cos y + \sin 2y = xy$ (f) $y = \arctan(\arcsin \sqrt{x})$
(g) $y = (\cos x)^x$ (h) $y = x^{\sin x} + \ln(x^{\sqrt{x}})$ (i) $y = \frac{(x+3)(x+4)(x+5)}{(x+6)(x+7)}$
(j) $y = \sin(\cos^2(\tan x^2))$ (k) $y = \log_4(\cos \frac{1}{x})$ (l) $y = x|x|$, $x = 0$ noktasında
(m) $y = (x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-101)$, $x = 4$ noktasında (n) $y = x\sqrt{|x|}$, $x = 0$ noktasında
(o) $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, $x = 0$ noktasında (p) $y = \sqrt{|x|}$, $x = 0$ noktasında

2. $f : [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 3$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre $(f^{-1})'(-2)$ kaçtır?

3. $f(x) = \frac{x^7}{7} + \frac{x^3}{3} + x + \frac{11}{21}$ fonksiyonu veriliyor.

- (a) $f(1)$ ve $(f^{-1})'(2)$ nedir?
(b) $(f^{-1})''(2)$ nedir?

4. $f(x) = 2^x$ ise $f^{(n)}(x)$ i bulunuz.

5. $y\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ ise $\frac{d^2y}{dx^2}$ nedir?

6. $y = \arctan x$ fonksiyonunun türevi için bir formül elde ediniz.

7. $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonu $x = 0$ da sürekli midir?
(b) f' fonksiyonunun kuralını belirleyiniz.
(c) f' fonksiyonu $x = 0$ da sürekli midir?

8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x} + 3x - 2$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^2(x) - f^2(0)}{x}$$

değeri kaçtır?

9. $f(0) = 0$ ve her x için $|f(x)| > \sqrt{|x|}$ ise $f'(0)$ mevcut değildir. Gösteriniz.

10.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \leq 1, \\ ax^2 + b, & x > 1 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun $x = 1$ noktasında türevlenebilir olması için a ve b değerleri ne olmalıdır?

11.

$$f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{4}x, & x \leq 1, \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun her yerde sürekli olması için a ve b değerleri ne olmalıdır?
(b) f fonksiyonunun her yerde türevlenebilir olması için a ve b değerleri ne olmalıdır?

12.

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x < 0, \\ \sin(x) + x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun sürekli ve türevlenebilir olduğu kümeyi belirleyiniz.

13. $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 5 - x, & 0 < x < 4, \\ \frac{1}{5 - x}, & x \geq 4 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun grafiğini çizip tanım ve görüntü kümelerini belirleyiniz.
- (b) $f'_-(4)$ ve $f'_+(4)$ türevlerini hesaplayınız.
- (c) f fonksiyonu hangi noktalarda süreksizdir? Neden?
- (d) f fonksiyonu hangi noktalarda türevlenemez? Neden?

14. $f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ \frac{x}{2}, & 4 < x < 6, \\ 3, & x = 4 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun grafiğini çizip tanım ve görüntü kümelerini belirleyiniz.
- (b) f fonksiyonu hangi noktalarda süreksizdir? Neden?
- (c) f fonksiyonu hangi noktalarda türevlenemez? Neden?

15. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x < 0, \\ 3 - x, & 0 \leq x < 3, \\ (x - 3)^2, & x > 3 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun grafiğini çizip tanım ve görüntü kümelerini belirleyiniz.
- (b) f fonksiyonu hangi noktalarda süreksizdir? Neden?
- (c) f fonksiyonu hangi noktalarda türevlenemez? Neden?

16. $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2, & x \leq 0, \\ 2 - x, & 0 < x \leq 2, \\ (x - 2)^2, & x > 2 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun grafiğini çizip tanım ve görüntü kümelerini belirleyiniz.
- (b) f fonksiyonu hangi noktalarda süreksizdir? Neden?
- (c) f fonksiyonu hangi noktalarda türevlenemez? Neden?

17. $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 1, \\ \frac{1}{x}, & 0 < x < 3, \\ \sqrt{x - 3}, & x > 3 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun grafiğini çizip tanım ve görüntü kümelerini belirleyiniz.
- (b) f fonksiyonu hangi noktalarda süreksizdir? Neden?
- (c) f fonksiyonu hangi noktalarda türevlenemez? Neden?

18. $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & x \neq 1, \\ 1, & x = 1 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ limiti mevcut mudur? Neden?
- (c) f fonksiyonu $x = 1$ noktasında sürekli midir? Neden?
- (d) f fonksiyonu $x = 1$ noktasında türevlenebilir midir? Neden?

19. $f(x) = \begin{cases} |x - 1|, & x \leq 1, \\ \sqrt{x - 1}, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.

- (a) f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
- (b) f fonksiyonu $x = 1$ noktasında sürekli midir? Neden?
- (c) f fonksiyonu $x = 1$ noktasında türevlenebilir midir? Neden?
20. $f(x) = \begin{cases} x^{1/3}, & x \leq 1, \\ -|x-1|, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonu verilsin.
- (a) f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.
- (b) f fonksiyonu $x = 0$ ve $x = 1$ noktalarında sürekli midir? Neden?
- (c) f fonksiyonu $x = 0$ ve $x = 1$ noktalarında türevlenebilir midir? Neden?
21. $x \cos x + \sin y = \frac{1}{2}$ eğrisine $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6})$ noktasında teğet olan doğrunun denklemini yazınız.
22. $e^{xy} + y^2 \sin(\pi x) = e$ eğrisine $(1, 1)$ noktasında teğet olan doğrunun denklemini yazınız.
23. $(-2, 0)$ noktasından geçen ve $y = \sqrt{x}$ eğrisine teğet olan doğrunun denklemini yazınız.
24. $f(x) = \sqrt[3]{x+4}$ fonksiyonunun $a = 2$ noktasındaki doğrusallaştırmasını bulunuz ve bunu kullanarak $\sqrt[3]{5,98}$ ve $\sqrt[3]{6,05}$ sayılarının yaklaşık değerlerini hesaplayınız. f fonksiyonunun ve teğet doğrusunun grafiğini çiziniz.
25. $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun $a = 3$ noktasındaki doğrusallaştırmasını bulunuz ve bunu kullanarak $\sin(3.01)$ ve $\sin(2.99)$ sayılarının yaklaşık değerlerini hesaplayınız. f fonksiyonunun ve teğet doğrusunun grafiğini çiziniz.
26. $(27.01)^{4/3}$ sayısı için doğrusallaştırmayı kullanarak yaklaşık bir değer bulunuz.