

## 5.6 Optimizasyon.

Adım 1. Değişkenleri belirtiniz, değişkenler arası ilişkiyi inceleyiniz ve

$I$  aralığında  $f(x)$ 'in maksimum (veya minimumunu) bulma sorununun matematiksel modelini oluşturunuz.

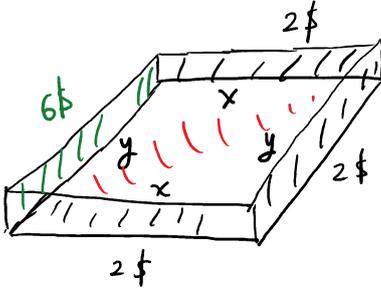
Adım 2.  $f(x)$  in kritik değerlerini bulunuz.

Adım 3.  $I$  aralığında  $f(x)$  in mutlak maksimum (veya minimum) değerini ve bu değer in elde edildiği  $x$  değer(ler) ini bulunuz.

Adım 4. Sorulan soruları cevaplamak için matematiksel modelin çözümünü kullanınız.

örn 1. Bir mesken sahibinin dikdörtgen bahçesinin etrafını çitle çevirmek için kullanacağı 320 \$'ı vardır. Çitin üç tarafı bir fit başına 2\$ maliyetle tel örgüyle çevrilecektir. Dördüncü tarafı ise bir fit başına 6\$ bir maliyetle ahşap ait olacaktır. Bu durumda çevrelenebilecek en geniş bahçenin yüzölümünü bulunuz.

Göz:



$$A = xy \quad \leftarrow \text{Yüzölümünü}$$

$$C = (2x + y)2 + y6$$

$$= 4x + 2y + 6y = 4x + 8y$$

maliyet fonksiyonu  $\rightarrow$

$$4x + 8y = 320 \quad \leftarrow \text{Kısıt}$$

$A = xy$  fonksiyonunu tek değişkene indirgemeliyiz.  $4x + 8y = 320$

olduğundan  $8y = 320 - 4x$  veya  $y = 40 - \frac{x}{2}$  olur. O halde

$$A = xy = x \left(40 - \frac{x}{2}\right) = 40x - \frac{x^2}{2}$$

bulunur.  $x \geq 0$  olmalı.  $y = 40 - \frac{x}{2} \geq 0$  olmalı. Yani

$40 \geq \frac{x}{2} \Rightarrow 80 \geq x$  olmalı. Demek ki

$$A(x) = 40x - \frac{x^2}{2} \text{ fonk. } [0, 80] \text{ aralığında}$$

maksimize etmeliyiz.  $A'$ 'nin kritik noktalarını bulalım:

$$A'(x) = 40 - x = 0 \Rightarrow x = 40 \text{ kritik nokta}$$

$$\rightarrow A(0) = 0$$

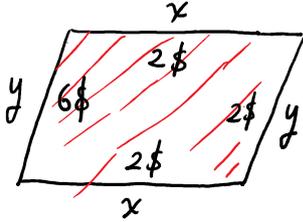
bu nokta  $\rightarrow A(80) = 0$

kritik nokta  $\rightarrow A(40) = 1600 - \frac{1600}{2} = 800 \text{ ft}^2 \quad \leftarrow \text{mutlak maksimum}$

Yani,  $x = 40 \text{ ft}$   $y = 40 - \frac{40}{2} = 20 \text{ ft}$  ölçülerinde bahçe yaparsak 320 \$ ile en geniş alana,  $800 \text{ ft}^2$ , sahip bahçeyi yapmış oluruz.

ÖRNEK 2. Örnek 1'i düşününüz. Mesken sahibi, 800 fit karelik bir alanın bahçe için çok küçük olduğunu düşünmektedir ve alanı 1250 fit kareye aktarmaya karar vermiştir. 1250 fit kare yüzölçümlü bir bahçenin etrafını çevreleyecek bir çit yapmanın minimum maliyeti nedir? Bu bahçenin boyutları nedir? Çit çekme maliyeti Örnek 1'deki gibi kalsın.

Çöz.



$$A = xy = 1250 \quad \text{bahçenin alanı}$$

$$C = 8y + 4x \quad \text{maliyet fonk.}$$

C fonk. tek değişkene indirgemeliyiz.

$$xy = 1250 \Rightarrow y = \frac{1250}{x} \Rightarrow C(x) = 8\left(\frac{1250}{x}\right) + 4x$$

$$= \frac{10000}{x} + 4x, \quad x > 0$$

$C(x) = \frac{10000}{x} + 4x$  fonk.  $(0, \infty)$  analizinde minimize etmeliyiz. Bunun için ilk olarak  $C$ 'nin kritik noktasını bulalım:

$$C'(x) = -\frac{10000}{x^2} + 4 = 0 \Rightarrow \frac{10000}{x^2} = 4 \Rightarrow x^2 = 2500$$

$$\Rightarrow x = 50 \quad (x \neq -50)$$

tek kritik nokta      negatif olamaz

ikinci Türev Testi:

Acaba  $C(x)$  fonk.  $x=50$ 'de mutlak maksimuma mı yoksa minimuma mı sahip? Ya da hiçbirine sahip değil mi? Bakalım:

$$C''(x) = \frac{20000}{x^3} \quad \text{olduğundan} \quad C''(50) = \frac{20000}{50^3} > 0 \quad \text{dur.}$$

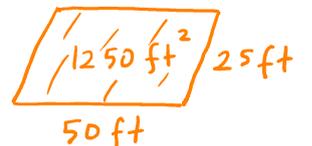
Yani,  $C(50)$  mutlak minimumdur.  $x=50$  tek kritik olduğundan yerel minimum mutlak minimumdur.

O halde, bahçenin ölçüleri  $x=50$  ft,  $y = \frac{1250}{50} = 25$  ft

olmalıdır. Minimum maliyet ise

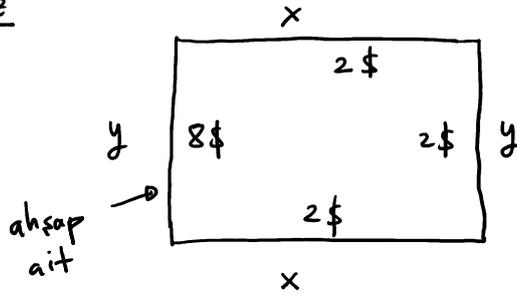
$$C(50) = \frac{10000}{50} + 4(50) = 400 \text{ \$}$$

dir.



BP 1. Bir mesken sahibinin dikdörtgen bahçesinin etrafını çitle çevirmek için kullanacağı 320 \$'ı vardır. Çitin üç tarafı bir fit başına 2\$ maliyetle tel örgüyle çevrilecektir. Dördüncü tarafı ise bir fit başına 8\$ bir maliyetle ahşap ait olacaktır. Bu durumda gerçekleştirilecek en geniş bahçenin yüzölçümünü bulunuz.

Çöz



$$A = xy \quad \leftarrow \text{Bahçenin alanı}$$

$$C = (2x + y)2 + 8y \quad \leftarrow \text{maliyet fonk.}$$

$$= 4x + 10y$$

$$4x + 10y = 320 \quad \leftarrow \text{elindeki para}$$

$A$ 'yı sadece  $x$ 'in fonk olarak yazalım. Bunun için  $4x + 10y = 320$  veya  $10y = 320 - 4x$  veya  $y = 32 - \frac{2}{5}x$  olduğunu kullanalım.

0 halde,

$$A = xy = x \left( 32 - \frac{2}{5}x \right) = 32x - \frac{2}{5}x^2$$

olur.  $x \geq 0$  ve  $y = 32 - \frac{2x}{5} \geq 0$  olmalı.  $32 - \frac{2x}{5} \geq 0$  'dan  $160 \geq 2x$  veya  $80 \geq x$  olur. Yani,

$$A(x) = 32x - \frac{2}{5}x^2 \quad \text{fonk. } [0, 80] \text{ aralığında}$$

maksimize etmeliyiz. Bunun için ilk olarak  $A$ 'nın kritik noktasını bulalım:

$$A'(x) = 32 - \frac{4}{5}x = 0 \Rightarrow 32 = \frac{4}{5}x \Rightarrow x = 40 \text{ tek k.n.}$$

$$A(0) = 0$$

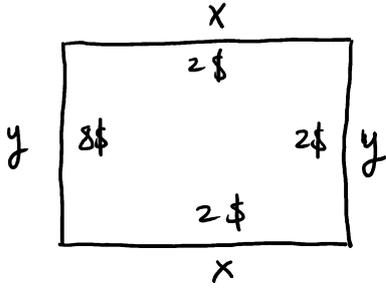
$$A(80) = 0$$

$$A(40) = 32(40) - \frac{2}{5}(40)^2 = 640 \quad \leftarrow \text{mutlak maksimum}$$

$x = 40 \Rightarrow y = 32 - \frac{2}{5}(40) = 16$  ölçülerinde bahçe yapılırsa 320 \$ ile en geniş alana (640 ft<sup>2</sup> alana) sahip bir bahçe olur.

BP2 . BPL'i düşününüz. Mesken sahibi, 640 fit karelik bir alanın bahçe için çok küçük olduğunu düşünmektedir ve alanı 1800 fit kareye çıkarmaya karar vermiştir. 1800 fit kare yüzölçümlü bir bahçenin etrafını çevreleyecek bir çit yapmanın minimum maliyeti nedir? Bu bahçenin boyutları nedir? Çit çekme maliyeti BPL'deki gibi kalsın.

çöz .



$$A = xy = 1800 \text{ ft}^2$$

$$C = 4x + 10y \text{ maliyet fonk.}$$

İlk olarak  $C'$ 'yi tek değişkene indirelim:

$$xy = 1800 \Rightarrow y = \frac{1800}{x} \Rightarrow C(x) = 4x + 10\left(\frac{1800}{x}\right) = 4x + \frac{18000}{x}$$

0 halde  $C(x)$  fonksiyonunu  $x > 0$  için minimize etmeliyiz.

İlk olarak kritik noktayı bulalım:  $(0, \infty)$  aralık

$$C'(x) = 4 - \frac{18000}{x^2} = 0 \Rightarrow 4 = \frac{18000}{x^2} \Rightarrow x^2 = 4500$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{4500}$$

tek kritik nokta.

Acaba  $C(x)$  fonksiyonu bu noktada maksimuma mı yoksa minimuma mı sahip? Ya da hiçbirine sahip değil mi?

İkinci Türev Testi :

$$C''(x) = \frac{36000}{x^3} ; C''(\sqrt{4500}) = \frac{36000}{(\sqrt{4500})^3} > 0$$



0 halde,  $C''(\sqrt{4500}) > 0$  ve  $x = \sqrt{4500}$  tek kritik nokta

olduğundan minimum maliyet,  $x = \sqrt{4500}$  ve dolayısıyla

$$y = \frac{18000}{\sqrt{4500}} \text{ olduğunda, } C(\sqrt{4500}) = 4\sqrt{4500} + \frac{18000}{\sqrt{4500}} \text{ olur.}$$

ÖRNEK 3 Bir ofis malzemeleri şirketi, tanesi  $p$  dolardan, yılda  $x$  adet kalem satıyor. Bu kalemler için fiyat-talep denklemi

$$p = 10 - 0.001x$$

olduğuna göre, en fazla geliri elde edebilmek için şirket kalemleri kaçta satmalıdır? Maksimum gelir nedir?

Çöz .  $R(x) = xp = x(10 - 0.001x) = 10x - 0.01x^2$

Hem fiyat hem de talep negatif olmayan bir sayı olmalıdır, öyleyse

$$x \geq 0 \quad \text{ve} \quad p = 10 - 0.001x \geq 0 \Rightarrow 10 \geq 0.001x \\ \Rightarrow 10000 \geq x$$

olmalıdır. O halde

$$R(x) = 10x - 0.01x^2 \text{ fonk. } [0, 10000] \text{ aralığında}$$

maksimize etmeliyiz. İlk olarak  $R'$ 'nin kritik noktasını bulmalıyız.

$$R'(x) = 10 - 0.02x = 0 \Rightarrow 10 = 0.02x \Rightarrow x = 5000 \quad \begin{array}{l} \text{tek} \\ \text{kritik} \\ \text{nokta} \end{array}$$

I. Yol :  $R(0) = 0$  ← aralığın uç noktalarında aldığı değer  
 $R(10000) = 0$  ←  
 $R(5000) = 10(5000) - 0.01(5000)^2 = 25000 \$$  ← Mutlak Maksimum  
↑ kritik noktada aldığı değer

II. Yol : İkinci Türev Testi

$$R''(x) = -0.02 < 0 \text{ her } x \text{ için}$$

← maks  
 $R''(x) < 0$

$$\text{Max } R(x) = R(5000) = 25000 \$ \quad \leftarrow \text{Maksimum Gelir}$$

(Tek kritik nokta olduğundan bu en büyük gelir diyebiliriz.)

Talep  $x = 5000$  olduğunda, fiyat şöyle dur:

$$p = 10 - 0.001(5000) = 5 \$ .$$

Bir kalemin fiyatı 5\$ olursa, şirket 25000\$'lık maksimum gelir elde eder.

ÖRNEK 4. Örnek 3'teki ofis malzemeleri şirketi için  $x$ -adet kalemin toplam yıllık üretim maliyeti

$$C(x) = 5000 + 2x$$

olsun. Şirketin maksimum kârı nedir? Bu kârı elde edebilmek için şirket, kalem başına ne kadar fiyat biçmelidir ve kaç tane kalem üretmelidir?

Çöz.

$$R(x) = 10x - 0.001x^2, \quad C(x) = 5000 + 2x$$

$$\begin{aligned} P(x) &= R(x) - C(x) = 10x - 0.001x^2 - 5000 - 2x \\ &= 8x - 0.001x^2 - 5000 \quad 10 \leq x \leq 10000 \end{aligned}$$

$P'$ 'yi  $[0, 10000]$  aralığında maksimize edelim.

$$P'(x) = 8 - 0.002x = 0 \Rightarrow 8 = 0.002x \Rightarrow x = 4000 \text{ tek kritik nokta}$$

$x = 4000$  tek kritik nokta olduğundan ve  $P''(x) = -0.002 < 0$  olduğundan ↙ maks

$$\text{Max } P(x) = P(4000) = 11000 \$$$

dur. Kalemin fiyatı

$$p = 10 - 0.001(4000) = 6 \$$$

bulunur. Yani, yıllık olarak 4000 kalem üretilip bu kalemler tanesi 6\$'da satıldığında 11000\$'lık maksimum kâr gerçekleştirilmiş olur.

ÖRNEK 5. Hükümet Örnek 4'ü teli şirketi, üretilen kalem başına 2 \$ vergi eklemeye karar vermiştir. Bu ek maliyeti de göz önünde bulundurarak, şirket haftalık kârını en büyük yapabilmek için yılda kaç tane kalem üretmelidir? Maksimum haftalık kâr nedir? Maksimum haftalık kâra ulaşmak için kalem fiyatı ne olmalıdır?

Çöz. Maliyet fonksiyonunu güncelleyelim:

$$C(x) = 5000 + 2x + 2x \quad \leftarrow \text{ek vergi}$$
$$= 5000 + 4x$$

$$P(x) = R(x) - C(x) = 10x - 0.001x^2 - 5000 - 4x$$
$$= 6x - 0.001x^2 - 5000$$

kâr fonksiyonunu  $0 \leq x \leq 10000$  aralığında maksimize etmeliyiz.

$$P'(x) = 6 - 0.002x = 0 \Rightarrow 6 = 0.002x$$

$$\Rightarrow x = 3000 \quad \text{tek kritik nokta}$$

$$P''(x) = -0.002 < 0 \quad \text{her } x \text{ için}$$

$$P''(3000) = -0.002 < 0 \quad \text{olur.} \quad \leftarrow \text{maks}$$

$$\text{Max } P(x) = P(3000) = 4000 \$$$

Fiyat-talep denkleminde,  $x = 3000$  için

$$p = 10 - 0.001(3000) = 7 \$$$

bulunur.

Şirket yılda 3000 kalem üretip 7\$ dan sattığında maksimum kârı elde eder ve bu kâr 4000\$ olur.

BP3. Bir ofis malzemeleri şirketi, tanesi  $p$  dolardan, yılda  $x$  adet kağıt öğütücü satıyor. Bu kağıt öğütücüler için fiyat-talep denklemi

$$p = 300 - \frac{x}{30}$$

olduğuna göre, en fazla geliri elde edebilmek için şirket öğütücüleri kaç satmalıdır? Maksimum gelir nedir?

çöz. Gelir;  $R(x) = xp = x(300 - \frac{x}{30}) = 300x - \frac{x^2}{30}$

İlk olarak fiyat ve talep negatif olamaz. O halde,  $x \geq 0$  ve

$$p = 300 - \frac{x}{30} \geq 0 \text{ veya } 300 \geq \frac{x}{30} \text{ veya } 9000 \geq x \text{ olmalı.}$$

Yani,

$$R(x) = 300x - \frac{x^2}{30} \text{ fonk. } [0, 9000] \text{ aralığında}$$

maksimize etmeliyim. Kritik noktayı bulalım:

$$R'(x) = 300 - \frac{1}{15}x = 0 \Rightarrow x = 4500 \text{ tek kritik noktadır.}$$

I. Yol:

$$R(0) = 0$$

$$R(9000) = 0$$

$$R(4500) = 300(4500) - \frac{(4500)^2}{30} = 675000 \text{ \$}$$

mutlak maks.



II. Yol: İkinci Türev Testi

$$R''(x) = -\frac{1}{15} < 0 \text{ her } x \text{ için o halde } R''(4500) < 0 \text{ 'dır.}$$

Yani,  $\text{Max } R(x) = R(4500)$  olur.  $x=4500$  olduğunda fiyat

$$p = 300 - \frac{(4500)}{30} = 150 \text{ \$ 'dır.}$$

Şirket 4500 adet kağıt öğütücüsü üretilip tanesi'n 150\$'dan

satarsa  $R(4500) = 675000 \text{ \$}$  maksimum gelirine ulaşır.

BP4. BP3'teki ofis malzemeleri şirketi için  $x$ -adet kağıt öğütücüler için toplam yıllık üretim maliyeti

$$C(x) = 90000 + 30x$$

olsun. Şirketin maksimum kârı nedir? Bu kârı elde edebilmek için şirket, öğütücü başına ne kadar fiyat biçmelidir ve kaç tane öğütücü üretmelidir?

çöz.  $p = 300 - \frac{x}{30}$ ,  $R(x) = 300x - \frac{x^2}{30}$  "Gelir"

$$\begin{aligned} \text{Kâr fonk.} = P(x) &= R(x) - C(x) = 300x - \frac{x^2}{30} - 90000 - 30x \\ &= 270x - \frac{x^2}{30} - 90000 \end{aligned}$$

Şimdi  $P(x)$  kâr fonk.  $[0, 90000]$  aralığında maksimize edelim.

Kritik noktayı bulalım:

$$P'(x) = 270 - \frac{x}{15} = 0 \Rightarrow x = 4050 \text{ tek kritik nokta}$$

$$P''(x) = -\frac{1}{15} < 0 \text{ her } x \text{ için} \Rightarrow \text{Max } P(x) = P(4050)$$

Bu durumda, yılda  $x = 4050$  adet kağıt öğütücü üretilip, tanesi  $p = 300 - \frac{4050}{30} = 150 \$$  dan satıldığında  $P(4050) = 456750 \$$

lık maksimum kâra ulaşılmış olur.

BP5. Hükümet BP4'teki şirketi, üretilen öğütücü başına 20\$ vergilen dirmeye karar vermiştir. Bu ek maliyeti de göz önünde bulundurarak, şirket haftalık kârını en büyük yapabilmek için yılda kaç tane öğütücü üretmelidir? Maksimum haftalık kâr nedir? Maksimum haftalık kâra ulaşmak için öğütücü fiyatı ne olmalıdır?

Göz. Maliyet fonk. yeni den yazmalıyız:

$$C(x) = 90000 + 30x + 20x \quad \leftarrow \text{ek vergi}$$

$$\text{Gelir: } R(x) = x p = x \left( 300 - \frac{x}{30} \right) = 300x - \frac{x^2}{30}$$

$$\text{Kâr: } P(x) = R(x) - C(x) = 250x - \frac{x^2}{30} - 90000$$

$P(x)$  fonk.  $[0, 90000]$  aralığında maksimize edelim:

$$P'(x) = 250 - \frac{x}{15} = 0 \Rightarrow x = 3075 \quad \text{kritik nokta}$$

  $P''(x) = -\frac{1}{15} < 0 \Rightarrow P(3075)$  mutlak maksimum

$$x = 3075 \text{ iken fiyat } p = 300 - \frac{3075}{30} = 175 \$ \text{ 'dir.}$$

Yılda 3075 kağıt öğütücüsü üretilip, bunların tanesi 175\$'dan satıldığında  $P(3075) = 378750$  \$'lik maksimum kâra ulaşılmış olur.

ÖRNEK. Bir yönetici eğitimliği şirketi, yönetim teknikleri üzerine verdikleri semineri kişi başına 400\$ olarak fiyatlandırdıkları zaman seminere 1000 kişi katılıyor. Şirketin hesaplarına göre, fiyatta yapılacak her 5\$ indirim karşılığında, seminere 20 kişi daha katılacaktır. Gelirini maksimum yapabilmek için şirket seminer için ne kadar ücret almaktadır? Maksimum gelir nedir?

<u>Ücret</u>	<u>Seminer Fiyatı</u>	<u>Gelecek Kişi Sayısı</u>	<u>Gelir</u>
	400\$	1000	400 000\$
	395\$	1020	395 (1020) \$
	390\$	1040	390 (1040) \$
	:	:	:

$x$  = yapılan 5\$'lik indirimlerin sayısı

Bilet fiyatı :  $400 - 5x$  , Müşteri sayısı =  $1000 + 20x$

Gelir fonksiyonu :  $R(x) = (400 - 5x)(1000 + 20x)$

Fiyat negatif olamayacağından;  $400 - 5x \geq 0 \Rightarrow 80 \geq x \geq 0$

0 halde,  $R(x) = 400 000 + 3000x - 100x^2$  fonk.  $[0, 80]$  aralığında maksimize etmeliyiz.

$$R'(x) = 3000 - 200x = 0 \Rightarrow x = 15 \text{ tek kritik nokta}$$

$$R''(x) = -200 < 0 \text{ her } x \text{ için}$$

$$R''(15) = -200 < 0 \Rightarrow R(15) \text{ mutlak maksimum}$$

$$\text{Max } R(x) = R(15) = 422 500 \$$$

Yani, bilet fiyatı  $400 - 5(15) = 325\$$  olduğunda katılımcı

sayısı  $1000 + 20(15) = 1300$  olur ve şirket maksimum

$$R(15) = 1300 (325) = 422 500 \$ \text{ gelirine ulaşır.}$$

ÖRNEK 7 (örnek 6'nin devamı) Yeni öngörülen tahmine göre yapılacak her 5\$'lık indirim ilave 10 kişinin daha seminere katılmasını sağlamaktadır. Geri kalan tüm bilgiler aynıdır. Bu durumda şirket geliri maksimum yapabilmek için ne kadar katılım ücreti almalıdır? Yeni maksimum gelir nedir?

Çöz. Alıştırma.

ÖRNEK 8. İstanbulda 200 odalı bir otel, her gece oda başına 40\$'dan tam kapasite çalışmaktadır. Gecelik fiyatta 1\$'lık artış için 4 tane az oda tutulmaktadır. Eğer her bir odanın bir günlük hizmet maliyeti 8\$ ise otel yönetimi brüt kârı maksimize etmek için bir odayı kaçtan kiralamaalıdır? Maksimum brüt kâr nedir?

Çöz.

$x$  = gecelik fiyattaki 1\$'lık artış sayısı

$$\text{Oda fiyatı} = 40 + x$$

$$\text{Tutulan Oda Sayısı} = 200 - 4x$$

$$\begin{aligned} \text{Gelir: } R(x) &= (40 + x)(200 - 4x) = 8000 - 160x + 200x - 4x^2 \\ &= 8000 + 40x - 4x^2 \end{aligned}$$

$$\text{Maliyet: } C(x) = (200 - 4x)8 = 1600 - 32x$$

$$\begin{aligned} \text{Kâr: } P(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 8000 + 40x - 4x^2 - 1600 + 32x \\ &= 6400 + 72x - 4x^2 \end{aligned}$$

$x > 0$  ve  $200 - 4x \geq 0 \Rightarrow 200 \geq 4x \Rightarrow 50 \leq x$  olmalı.  
indirim sayısı negatif olamaz. oda sayısı negatif olamaz

Yani,  $P(x) = 6400 + 72x - 4x^2$  fonksiyonunu  $[0, 50]$  aralığında maksimize etmeliyiz. Kritik noktayı bulalım:

$$P'(x) = 72 - 8x = 0 \Rightarrow x = 9 \text{ kritik nokta}$$

$$P''(x) = -8 < 0 \text{ her } x \text{ için}$$

$$\text{Max } P(x) = P(9) = 6400 + 72(9) - 4(9)^2$$

Bir odanın gecelik fiyatı 49\$ olduğunda  $200 - 36 = 164$  oda kiralanır ve maksimum  $P(9) = 6724$ \$ kârına ulaşılır.

ÖRNEĞİ. Bir üniversite kantini günde tanesi 2.40\$'dan 1600 fincan kahve satmaktadır. Fiyatta yapılacak her 0.05\$'lık indirimin 50 fincan daha kahve satılmasını sağlayacağı öngörülmektedir. Kantinci gelirini maksimize etmek için bir fincan kahveyi kaç dolara satmalıdır?

<u>çöz</u>	<u>Fiyat</u>	<u>Talep</u>	<u>Gelir</u>
	2.40 \$	1600	1600 (2.4)
	2.35 \$	1650	1650 (2.35)
	2.30 \$	1700	1700 (2.30)

$x = 0.05$  \$'lık indirim adedi olsun. Bu durumda,  
bir fincan kahvenin fiyatı =  $2.40 - 0.05x$   
satılan kahve sayısı =  $1600 + 50x$

olacaktır. O halde, gelir fonksiyonu

$$\begin{aligned} R(x) &= (1600 + 50x)(2.40 - 0.05x) \\ &= 3840 - 80x + 120x - 2.5x^2 \\ &= 40x - 2.5x^2 + 3840 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \geq 0 \text{ olmalı ve } 2.4 - 0.05x \geq 0 &\Rightarrow 2.4 \geq 0.05x \\ &\Rightarrow 48 \geq x \text{ olmalı} \end{aligned}$$

Dolayısıyla,

$$R(x) = 40x - 2.5x^2 + 3840 \quad \text{fonk. } [0, 48] \text{ aralığında}$$

maksimize edeceğiz.

$$R'(x) = 40 - 5x = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ tek kritik nokta}$$

$$R''(x) = -5 < 0 \text{ her } x \text{ için}$$

O halde,  $R(8)$  maksimum gelirdir. Yani, bir fincan kahvenin fiyatı  $p = 2.4 - (0.05)8 = 2.0$  \$ olduğunda

$1600 + 50(8) = 2000$  adet kahve satışı olur ve maksimum gelir  $R(8) = 2000(2) = 4000$  \$ olarak bulunur.

ÖRNEK 10. 8'e 12 cm ölçülerinde bir kartondan şeker kutusu yapılacaktır. Her bir köşeden eşit büyüklükte kareler kesilip çıkarılacaktır ve daha sonra uclar ve yanlar katlanarak dikdörtgen bir kutu oluşturulacaktır. Maksimum hacim elde etmek için her bir köşeden ne kadar büyüklükte bir kare kesilmelidir?

ÇÖZ. Alıştırma

ÖRNEK 11. Bir kargo şirketi sadece uzunluğu ile eninin toplamı 108 cm den az olan paketleri kabul etmektedir. Kargo şirketinin sınırlamasını karşılayacak ve maksimum hacme sahip iki uç tarafı kare olan dikdörtgen kutunun boyutları nedir? Maksimum hacim nedir?

ÇÖZ. Alıştırma.