

Lütfen düzgün ve okunabilir şekilde yazınız. Tam not alabilmek için bütün detayları göstermeniz gerekmektedir.
Başarılar.

S1

$$x^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + y^2 u_{yy} + xyu_x + y^2 u_y = 0$$

denklemiinin

1. tipini belirleyiniz
2. kanonik forma indirgeyiniz
3. genel çözümünü bulunuz.

S2 λ reel bir sabit olmak üzere,

$$u_{tt} - u_{xx} + 2\lambda u_t + \lambda^2 u = 0$$

denklemi

$$v(x, t) = e^{\lambda t} u(x, t)$$

dönüşümü yaparak denklemi çözünüz.

S3

$$4yu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + 2y = 0$$

denklemi

$$\begin{cases} y^2 + u^2 = 1 \\ x + u = 2 \end{cases}$$

eğrisinden geçen çözümünü bulunuz.

S4

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x = 0$$

küresine dik ve $\Gamma : x = t, y = t, z = 1$ eğrisinden geçen yüzeyin denklemi bulunuz.

S5

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + yu = \frac{1}{1+x^{2y}}$$

denklemiinin genel çözümünü bulunuz.

S6 $0 \leq x \leq l$ ve $t \geq 0$ için, $u(x, t)$ aşağıdaki ısı denklemi çözümü olsun:

$$\begin{cases} \text{KTD : } & u_t = u_{xx} \\ \text{Sınır koşulu : } & u(0, t) = u(l, t) = 0 \\ \text{Başlangıç koşulu : } & u(x, 0) = f(x) \end{cases} .$$

Bu taktirde

$$\int_0^l u^2(x, t) dx \leq \int_0^l f^2(x) dx$$

eşitsizliğini elde ediniz.

S7

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} = 0$$

denklemi

$$\begin{cases} u(0, y) = 0 \\ u(x, x) = 1 \end{cases}$$

eğrisinden geçen çözümünü bulunuz.

Bonus $0 \leq x \leq L$ ve $t \geq 0$ için, $u(x, t)$ aşağıdaki dalga denklemi çözümü olsun:

$$\begin{cases} \text{KTD : } & u_{tt} = c^2 u_{xx} \\ & u(0, t) = u(L, t) = 0 \\ & u(x, 0) = f(x) \\ & u_t(x, 0) = g(x) \end{cases} .$$

Bu sisteme ait toplam enerjinin :

$$E(t) = \int_0^L (u_t^2 + c^2 u_x^2) dx$$

korunduğunu gösteriniz.