Ödüllü Sorular-XIII

S1

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = e^{-x} \sin t$$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S2

$$(u_x)^2(1-x^2) - (u_y)^2(4-y^2) = 0$$

denkleminin bir çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S3

$$x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} = xy$$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S4

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 & \text{eğer} \quad (x,t) \in (0,\pi) \times (0,\infty) \\ u(x,0) = 3\sin(2x) & \text{eğer} \quad x \in (0,\pi) \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & \text{eğer} \quad t \in (0,\infty) \end{cases}.$$

şeklinde verilen başlangıç-sınır değer problemine

$$u(x,t) = w(x)a(t)$$

tipinde değişkenlerine ayrilabilen çözüm bulunuz.

Çözüm:

S5 $0 < x < \pi$, $\lambda > 0$, a ve b positive sayılar olsun. Bu taktirde

$$\begin{cases} u'' = \lambda u \\ u'(0) = au(0) \\ u'(\pi) = -bu(\pi) \end{cases}.$$

şeklinde verilen sınır değer probleminin aşikar çözüm ($u = 0$)den başka çözümünün olmadığını gösteriniz.

Çözüm:

S6 a bir reeel sayi, $t > 0$ ve $0 < x < l$ olmak üzere:

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} + au = 0 \\ u_x(0,t) = u_x(l,t) = 0 \end{cases}.$$

denklemi verilmis olsun.

$$V(t) = \frac{1}{2}\int_0^l u^2(x,t)dx$$

şeklinde tanımlanan fonksiyonu için

(a) $V'(t) = -\int_0^l \left(u_x^2 + au^2\right)dx$

(b) $V'(t) \leq -2aV(t)$

olduklarını gösteriniz.

Çözüm:

S7 $-\infty < x < \infty$, $t > 0$ icin $u(x,t)$ fonksiyonu

$$u_t = u_{xx}$$

ısı denkleminin bir çözümü olsun. Gösterinizki

$$v(x,t) = xu_x + 2tu_t$$

şeklinde tanımlanan $v(x,t)$ fonksiyonunun ısı denklemini sağladigini gösteriniz.

Çözüm:

S8 $\mathbb{R}^n$ de, $x = (x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n)$ vektörünün normu: $|x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$ dir. Eger $u(x) = u(|x|)$ ise , u ya radial fonksiyon denir. $\mathbb{R}^3$ de

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = u$$

şeklinde verilen denkleminin radial $\left(u(x, y, z) = u(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})\right)$ çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S9 $\lambda > 0$ ve $x \in [0, L]$ olmak uzere,

$$\begin{cases} u_{xx} = u_{tt} + \lambda u_t \\ u(0, t) = u(l, t) \\ u(x, 0) = f(x) \\ u_t(x, 0) = h(x) \end{cases}.$$

Telegrapher denkleminin çözümünün $u(x, t) = w(x)a(t)$ seklinde değişkenlerine ayrilabilir oldugunu düşünerek çözümünü bulunuz ve daha sonra çözümün zamana göre asimtotik davranışını bulunuz (Yani $\lim_{t\to\infty} u(x, t)$ limitini bulunuz).

Çözüm:

S10

$$x^2 u_{xx} - xyu_{xy} - xu_x = 1$$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S11

$$xu_{xx} - yu_{xy} + u_x = y^2$$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S12

$$u_{xx} + u_{yy} = -4\pi(x^2 + y^2)$$

denkleminin bir özel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

Çözümlerin teslim tarihi: 8 Ocak Çarsamba 2014, 2:00 pm,

Başarılar!

Haftanin Sözü: