

Ödüllü Sorular-XIV

S1 $\lambda \in \mathbb{R}, t > 0$ için,

$$u(x, t) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} \sin(\lambda x) dx$$

seklinde verilen fonksiyonunun

$$u_t = u_{xx}$$

denklemini sağladığını gösteriniz.

Çözüm:

S2 $0 \leq x \leq l$ ve $t \geq 0$ için, $u(x, t)$ aşağıdaki ısı denkleminin çözümü olsun:

$$\begin{cases} \text{KTD :} & u_t = u_{xx} \\ \text{Sınır koşulu :} & u(0, t) = u(l, t) = 0 \\ \text{Başlangıç koşulu :} & u(x, 0) = f(x) \end{cases} .$$

Bu taktirde

$$\int_0^l u^2(x, t) dx \leq \int_0^l f^2(x) dx$$

bağıntısını gösteriniz.

Çözüm:

S3 λ reel bir sabit olmak üzere,

$$u_{tt} - u_{xx} + 2\lambda u_t + \lambda^2 u = 0$$

denklemini

$$v(x, t) = e^{\lambda t} u$$

dönüşümü yaparak denklemi çözünüz.

Çözüm:

S4

$$u_{xx} - 2 \sin x u_{xy} - \cos^2 x u_{yy} - \cos x u_x = 0$$

denklemini

$$\xi = x + y - \cos x, \quad \eta = x - y + \cos x$$

dönüştürmelerini yaparak çözünüz.

Çözüm:

S5

$$u_{xy} + \frac{1}{x} u_y - u_x - \frac{u}{x} = \frac{1-y}{x} (1 + \ln x)$$

denklemini çözünüz. (YG: $u_x + \frac{u}{x} = W$ dönüşümü yapınız)

Çözüm:

S6 İki boyutlu

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0$$

Laplace denklemini

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

kutupsal koordinat dönüşümü altında

$$u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = 0$$

şeklini aldığıni gösteriniz.

Çözüm:

S7 İki boyutlu

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0$$

Laplace denkleminin

$$u = x^2 - y^2, \quad v = 2xy$$

dönüşümü altında alacağı yeni şeklini bulunuz.

Çözüm:

S8 $x > 0, y > 0$ olmak üzere,

$$xz_{xx} + (x - y)z_{xy} - yz_{yy} = 0$$

şeklinde verilen kısmi diferansiyel denkleminin

- (a) tipini belirleyiniz
- (b) $\xi = x - y$ ve $\eta = xy$ dönüşümlerini kullanarak genel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S9

$$x^2u_{xx} - y^2u_{yy} = xy$$

şeklinde verilen kısmi diferansiyel denkleminin

- (a) tipini belirleyiniz
- (b) $\xi = xy$ ve $\eta = \frac{x}{y}$ dönüşümlerini kullanarak genel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S10

$$(1 + x^2)u_{xx} + (1 + y^2)u_{yy} + xu_x + yu_y = 0$$

denklemini $\xi = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ ve $\eta = \ln(y + \sqrt{1 + y^2})$ dönüşümlerini kullanarak genel çözümünü bulunuz.

Çözüm:

S11 c sabit olmak üzere,

$$z = cxy(x^2 + y^2)$$

yüzeyini dik olarak kesen ve, $x^2 - y^2 = 4$ ve $z = 0$ eğrisinden geçen yüzeyin denklemini bulunuz.

Çözüm:

:

S100 Hazırlanıyor

Çözüm:

Cözümlerin teslim tarihi: 13 Ocak 2013, 2:00 pm,

Başarilar!

Haftanın Söyü: .