

Lütfen çözümlerinizi basamak basamak ve net bir şekilde yazınız. Her soru 13 puan

SORU 1 $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \frac{nx}{1 + n^2x^2}$$

şeklinde verilen fonksiyon dizisinin:

- (a) Noktasal limitini bulunuz.
 (b) Düzgün yakınsak olup olmadığını araştırınız.

SORU 2

(a)

$$f(x) = \pi - |x|$$

fonksiyonunun $-\pi \leq x \leq \pi$ aralığı üzerinde Fourier seri açılımını bulunuz.

(b) Yukarıdaki sonucu kullanarak

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4} = \frac{\pi^4}{96}$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 3

$$\int_1^{\infty} \frac{1 + e^{-x}}{x} dx$$

integralin yakınsak olup olmadığını inceleyiniz.

SORU 4 $y = x$ ve $x = 6$ doğruları ile x eksenini tarafından sınırlanan alanı serilerden faydalanarak bulunuz.

SORU 5 Kabul edelimki $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ serisi yakınsak olsun. İspat edinizki

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^\beta}$$

serisi $\beta > 1/2$ için yakınsaktır.

SORU 6

- (a) $f(x) = \arctan(x)$ fonksiyonunun $x = 0$ noktasında MacLaurin serisini ve bu serinin yakınsaklık yarıçapı ve aralığını bulunuz.
 (b) Yukarıdaki seri açılımını kullanarak aşağıdaki toplamın:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 7

$$\int_0^1 \left(\ln\left(\frac{1}{x}\right) \right)^5 dx = 120$$

olduğunu gösteriniz.

SORU 8

$$f_n(x) = \frac{x}{1+x^n}$$

şeklinde verilen fonksiyon dizisinin $[0, \infty)$ aralığı üzerinde düzgün yakınsak olup olmadığını inceleyiniz.

Çözümler