**S1.** $A = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \cdots, \frac{n}{n+1}\}$ kümesinin supremumunun 1 olduğunu gosteriniz.

**S2.** Eğer bir kümenin supremumu varsa tek olduğunu gösteriniz.

**S3.** Reel sayıların tamlık özelliğini yazınız.

**S4.** Reel sayıların Arşimet özelliğini yazınız.

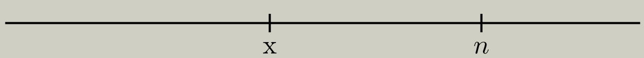
**S5.** Bir $A$ kümesinin maksimumu var ise bu maksimum değeri aynı zamanda $A$ kümesinin supremum dur sonucunu kullanarak $A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \cdots, \frac{n}{n+1}\}$ kümesinin supremumunu bulunuz.

**S6.** Teorem (Rasyonel sayılar $\mathbb{R}$ içinde yoğundur). $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ her hangi iki reel sayı ve $x < y$ olsun. Bu taktirde $x < p < y$ eşitsiliğini sağlayan bir $p \in \mathbb{Q}$ sasyonel sayısı vardır.

1. Rasyonel sayıların $\mathbb{R}$ içinde yoğun olduğunu kullanarak irrasyonel sayıların da $\mathbb{R}$ içinde yoğun olduğunu gösteriniz.
2. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall \epsilon > 0, \exists q \in \mathbb{Q}$ öyleki $\boxed{x - \epsilon < q < x + \epsilon}$ olduğunu gösteriniz.

(Arşimed özelliği). $a > 0$ olmak üzere her $a$ ve $b$ reel sayısı için $b < na$ eşitsizliğini sağlayan bir $n \in \mathbb{N}$ tam sayısı vardır.
**S7.**

1. Arşimed özelliğini kullanarak her $x$ reel sayısı verildiğinde $x < n$ eşitsizliğini sağlayacak şekilde bir $n \in \mathbb{N}$ tamsayısı olduğunu gösteriniz.




2. Reel sayıların Arşimed özelliğini kullanarak

$$A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots, \}$$

kümesi için $inf(A) = 0$ olduğunu gösteriniz.

**S8.** Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. $\sup\{(1,2) \cup \{5\}\}$.
2. $\sup\ \{x|\, x \,\text{pozitif tam sayı}\}$.
3. $\sup\ \{\frac{1}{n}|\, n \,\text{pozitif tam sayı}\}$.
4. $\sup(5, 10)$
5. $\sup\{(0,1) \cup (1,2)\}$.

**S8.** $\forall x, y \in \mathbb{R}$ için

$$||x| - |y|| \leq |x - y|$$

olduğunu gösteriniz.

**S9.** (Cauchy-Schwarz eşitsizliği) $\forall\, x_1, x_2, \cdots x_n$ ve $\forall\, y_1, y_2, \cdots, y_n$ reel sayıları için

$$\Big(\sum_{k=1}^{n} x_k y_k\Big)^2 \leq \Big(\sum_{k=1}^{n} x_k^2\Big)\Big(\sum_{k=1}^{n} y_k^2\Big))$$

olduğunu gösteriniz.