

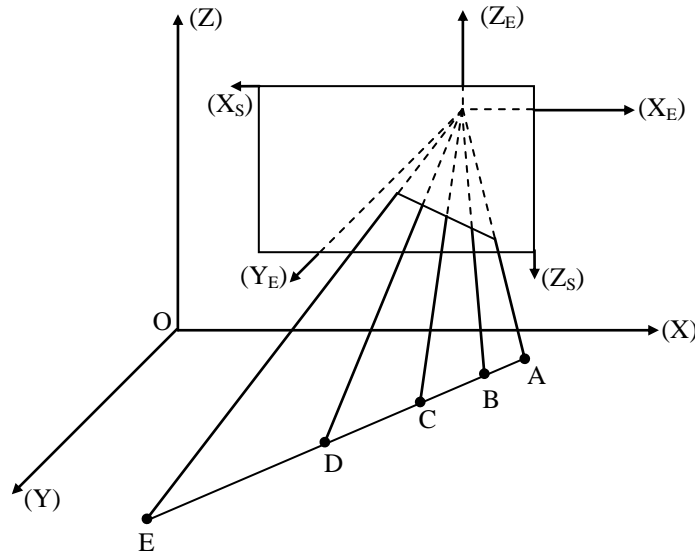


TERS PERSPEKTİF DÖNÜŞÜM İLE YÜZEY DOKUSU ÜRETİMİ

Bu deneyde, genel hatları ile herhangi bir yüzeye bir dokunun kopyalanması üzerinde durulacaktır. Deney sonunda öğrencilerin, gerekli matematiksel ve geometrik bilgileri edinmeleri ve bu tür programlar geliştirebilmeleri amaçlanmaktadır.

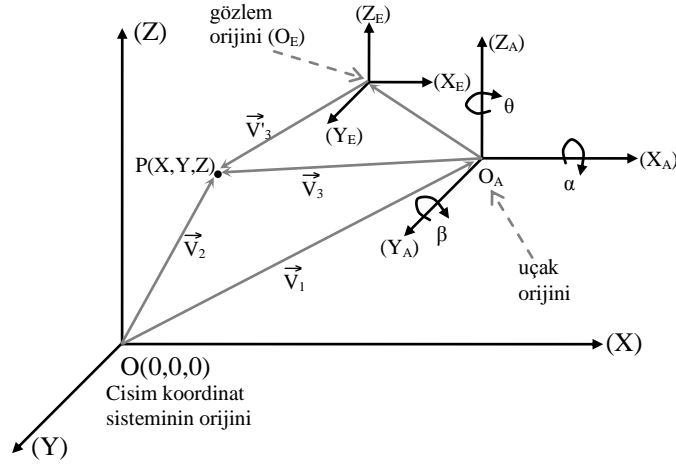
1. Perspektif Dönüşüm

Gözlem penceresinden bakan bir gözlemcinin gördüğü nesnelere bir görüntü düzlemi üzerinde oluşturulabilir. Bu işlem nesnelere oluşturan köşelerden göze gelen ışınların görüntü düzlemini kestiği noktaların birleştirilmesi ile yapılır. Bu amaçla Şekil-1'de, görüntü düzlemi, ışın hatları, nesne ve onun perspektif görüntüsü gösterilmiştir. Bir nesnenin perspektif dönüşümü için öteleme, rotasyon, perspektif projeksiyon gibi işlemlerin gerçekleştirilmesi gerekmektedir.



Şekil-1 Doğrusal perspektif dönüşüm

Bir noktanın cisim koordinat sisteminden gözlemci koordinat sistemine dönüşümü Şekil-2 yardımı ile açıklanabilir. (X, Y, Z) cisim koordinat sisteminde bir $P(X, Y, Z)$ noktası tanımlansın. Bu nokta daha sonra, uçakla hareket eden ve uçağın önüne doğru pozitif Y_A , sağ kanadı boyunca pozitif X_A ve uçağın üstünden aşağıya doğru pozitif Z_A ile tanımlanmış eksenlere sahip (X_A, Y_A, Z_A) uçak sistemine çevrilir. Basitlik için pilotun hareket etmediği ve gözünün pozisyonunun uçak sistemi ile aynı olduğu varsayılabilir. Gerekli olan dönüşümleri temsil eden eşitliklerin çıkarımı kısaca incelenecektir.



Şekil-2 Cisim ve gözlemci koordinat sistemleri

1.1. Öteleme (Translation)

Önce, manzaradaki her bir nokta O_A merkezli gözlemci koordinat sisteminde tanımlanmalıdır. Gözlemci ve cismin koordinat sistemlerinin eksenlerinin paralel ve aynı doğrultuda oldukları ve bir $P(X,Y,Z)$ noktasının $O_A (X_A, Y_A, Z_A)$ merkezinden gözlemlendiği varsayalım (Şekil-2). P noktasının O_A merkezine göre yeri \vec{V}_3 vektörü ile ifade edilirse:

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \quad (1)$$

yazılabilir. \vec{V}_1 ve \vec{V}_2 vektörleri sırasıyla O_A ve P noktalarını cisim koordinat sisteminde tanımlayan vektörlerdir. Eğer \vec{V}_1 ve \vec{V}_2 vektörleri cisim sistemindeki koordinatlar cinsinden ifade edilirse,

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} \quad \vec{V}_2 = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2)$$

\vec{V}_3 vektörü için aşağıdaki bağıntı yazılabilir:

$$\vec{V}_3 = \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_A \\ Y - Y_A \\ Z - Z_A \end{bmatrix} \quad (3)$$

1.2. Dönme (Rotation)

Denklem (3) ile verilen öteleme dönüşümü yalnızca her iki koordinat sistemindeki eksenlerin paralel ve aynı doğrultuda olması durumunda geçerlidir. Fakat gözlemci koordinat sisteminin 6-serbestlik derecesine sahip olması bir noktanın dönüşümünde ötelemenin yanı sıra dönme dönüşümünü de gerekli kılmaktadır.

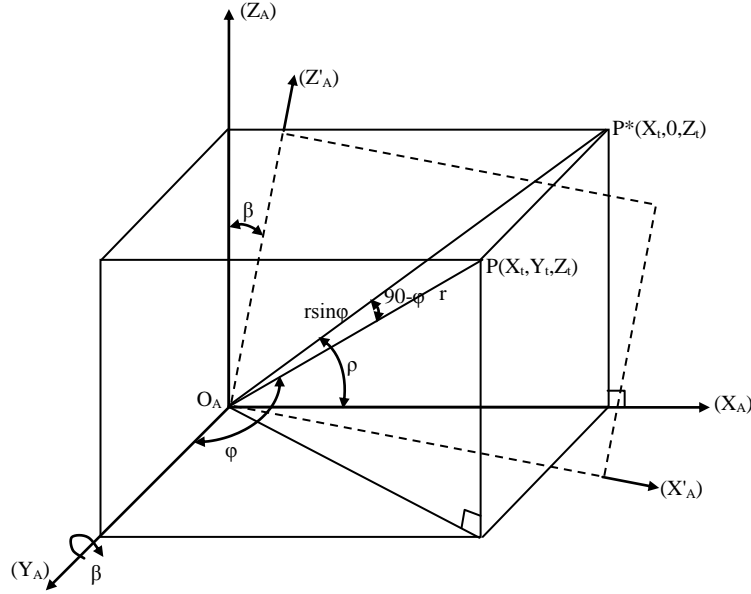
Gözlemci koordinat sisteminin eksenleri etrafındaki dönmeler α , β ve θ ile verilirse, o zaman Y_A eksen etrafında saat ibreleri yönünde β açısı kadar dönme için aşağıdaki bağıntılar yazılabilir (Şekil-3).

P noktası polar koordinat sisteminde ifade edilirse aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$X_t = r \sin(\varphi) \cos(\rho)$$

$$Y_t = r \cos(\varphi)$$

$$Z_t = r \sin(\varphi) \sin(\rho)$$



Şekil-3 Y_A eksenini etrafında β kadarlık dönme

$$X_t = r \sin(\varphi) \cos(\rho + \beta) = x_t \cos(\beta) - Z_t \sin(\beta)$$

$$Y_t = Y_t$$

$$Z_t = r \sin(\varphi) \sin(\rho + \beta) = Z_t \cos(\beta) + X_t \sin(\beta)$$

Buradan P noktası matrisel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} X_{t\beta} \\ Y_{t\beta} \\ Z_{t\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} \quad (4)$$

Gözlemci koordinat sisteminin X_A ve Z_A eksenleri etrafındaki rotasyonları için de denklem (4)'e benzer bağıntılar yazılabilir. Böylece cisim uzayındaki P noktası dönüşümden sonra $P_T (X_T, Y_T, Z_T)$ olarak denklem (5) ile verilebilir.

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} \quad (5)$$

(5) denklemi daha kısa biçimde (6) denklemi ile verilebilir.

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_A \\ Y - Y_A \\ Z - Z_A \end{bmatrix} \quad (6)$$

Burada,

$$R_{11} = \cos \beta \cos \theta - \sin \beta \sin \alpha \sin \theta$$

$$R_{13} = -\sin \beta \cos \alpha$$

$$R_{22} = \cos \alpha \cos \theta$$

$$R_{31} = \sin \beta \cos \theta + \cos \beta \sin \alpha \sin \theta$$

$$R_{33} = \cos \beta \cos \alpha$$

$$R_{12} = -\cos \beta \sin \theta - \sin \beta \sin \alpha \cos \theta$$

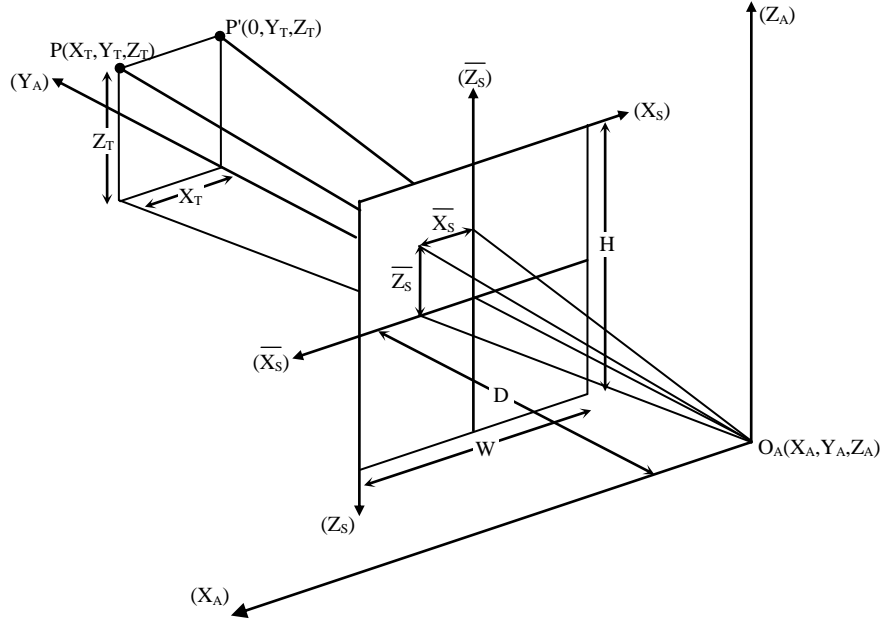
$$R_{21} = -\cos \alpha \sin \theta$$

$$R_{23} = \sin \alpha$$

$$R_{32} = \sin \beta \sin \theta - \cos \beta \sin \alpha \cos \theta$$

1.3. Perspektif Dönüşüm

3-boyutlu nesnelerin 2 boyutlu görüntü düzleminde görüntülerinin oluşturulmasında 3-boyut görünümünü vermek için projeksiyona (izdüşüme) gerek duyulur. Bir cismin projeksiyonunda cismin tüm noktaları görüntü düzlemine projeksiyonlanır. Projeksiyon hatları görüntü düzlemini keserek gözlem noktasına ulaşır. Görüntü koordinat sisteminin merkezi genellikle görüntü düzleminin merkezi ile uyuşacak şekilde ve bakış noktasından bu merkeze gelen hat görüntü düzlemine dik olacak şekilde seçilir.



Şekil-4 Perspektif Projeksiyon

Gözlemci, gözlemci koordinat sisteminin merkezinde oturmakta ve görüntü düzleminde D kadar uzaklıkta bulunmaktadır (Şekil-4). Nesne noktalarına karşı düşen görüntü noktaları benzer üçgenler vasıtasıyla kolaylıkla belirlenebilir.

$$\begin{aligned}\bar{X}_S &= D * \frac{X_T}{Y_T} \\ \bar{Z}_S &= D * \frac{Z_T}{Y_T}\end{aligned}\quad (7)$$

Görüntü düzlemi olarak TV ekranı kullanılırsa görüntü noktalarının kolayca hesaplanabilmesi için koordinatların pozitif olması gerekmektedir. Ayrıca \bar{X}_S ekseninin sağa doğru \bar{Z}_S ekseninin de ekranın altına doğru olması görüntü noktalarının koordinat değerlerinin raster tarama kuralına uygun olması için yararlıdır. Yeni düzenleme il (7) denklemini aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\bar{X}_S &= \left(-D * \frac{X_T}{Y_T} \right) + C_x \\ \bar{Z}_S &= \left(-D * \frac{Z_T}{Y_T} \right) + C_z\end{aligned}\quad (8)$$

2. Doku Kaplama (Texture Mapping)

Bilgisayar grafiklerinde bir cismin yüzey ayrıntıları doku olarak adlandırılır. Tuğlalardan örülmüş büyük bir duvara yeterli uzaklıktan baktığımız zaman duvardaki her bir tuğlayı bir doku elemanı olarak düşünebiliriz. Ama bu duvara yakından bakıldığında tuğlalar artık ayrı cisimlerdir ve cisim üretme teknikleri ile üretilmelidir. Böyle yüzey ayrıntılarının cisim üretme teknikleriyle üretilmesi gerçek-zamanlı sistemler için fazla hesaplama gerektirdiğinden uygun değildir.

Doku, cisimlere doğal görünüm kazandırır. Doku, cisme yapıştırılmalı ve cisimle aynı dönüşümleri geçirmelidir. Dokunun dönüşümü, doku elemanlarının (çimenli ortamda otların veya ağaçta yaprakların) dönüşümünü gerektirir. Doku 2-boyutlu veri dizileridir. Bu veriler renk veya parlaklık bilgisi olabilir. Doku dizisindeki bireysel elemanlar teksele (texture element) olarak anılır.

Doku kaplamayı maharetli bir iş yapan asıl konu, dokuların dörtgensel olmayan bölgelere de uygulanabilmesi olmuştur. Doku, farklı dönüşümlerin çokgenin görünüşü üzerindeki etkilerini karşılayacak şekilde bozulmaya uğrar. Boyu bir doğrultuda uzarken, diğer doğrultuda kısalabilir. Döndürüldüğü için orijinalinden farklı görünebilir. Dokunun büyüklüğüne, dörtgenin bozulmasına ve ekrandaki görüntüye bağlı olarak, teksellerin bazıları bir fragmandan fazlasına eşlenebilir, bazı fragmanlar da birden çok teksele tarafından örtülebilir. Doku binlerce tekselden oluştuğu için, tekselleri fragmanlara eşlemek için filtreleme işlemi gerçekleştirilmelidir. Bu işlemlerin yoğun hesaplamalar gerektirmesi, üst-düzyen grafik sistemlerde doku kopyalamanın donanım düzeyinde desteklenmesine sebep olur.

Bu yöntemin en önemli üstünlüklerinden biri görüntünün karmaşıklığının hesaplama miktarını değiştirmemesidir. Bu yöntemin gerçekleştirilmesi ekran üzerindeki her piksele cisim koordinat sistemde karşı düşen noktalarının bulunmasını gerektirir. Bu işlem ise perspektif transformasyonun tersi olan ters perspektif transformasyonla gerçekleştirilir.

3. Ters Perspektif Dönüşüm

Ters perspektif dönüşüm, normal perspektif dönüşümün ters yönde uygulanarak, ekran üzerindeki bir noktanın cisim koordinat sistemine dönüşümünü gerektirir. Şekil-2'deki P(X, Y, Z) noktası şu şekilde ifade edilebilir:

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_1 + \vec{V}_3$$

\vec{V}_1 vektörü gözlemci koordinat sistem merkezinin cisim koordinat sistemine göre konumunu belirler. Bu nedenle herhangi bir rotasyona uğramaz. \vec{V}_3 vektörü ise P noktasının gözlemci koordinat sisteminin merkezine göre yeri olduğu için üç ayrı rotasyona tabidir.

$$\vec{V}_3^r = [\beta][\alpha][\theta]\vec{V}_3$$

Ters transformasyon uygulanarak şu sonuç elde edilebilir.

$$\vec{V}_3 = [\beta]^{-1}[\alpha]^{-1}[\theta]^{-1}\vec{V}_3^r$$

$$[\beta]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad [\alpha]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad [\theta]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O zaman \vec{V}_2 vektörü aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_1 + [\beta]^{-1}[\alpha]^{-1}[\theta]^{-1}\vec{V}_3^r$$

\vec{V}_2 vektörü, \vec{V}_3^r ve gözlemci koordinat merkezine göre görüntü pikselinin yeri P arasında aşağıdaki ilişki oluşturularak ekran koordinatları olarak ifade edilebilir.

$$\vec{V}_3^r = K * P^*, \quad P^* = \begin{bmatrix} \vec{X}_s \\ D \\ \vec{Z}_s \end{bmatrix}$$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_1 + [\beta]^{-1} [\alpha]^{-1} [\theta]^{-1} K * P^*$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + K * [\beta]^{-1} [\alpha]^{-1} [\theta]^{-1} \begin{bmatrix} X_s \\ D \\ Z_s \end{bmatrix}$$

X-Y düzlemindeki noktaların Z-koordinatı 0 olur. Bu nedenle yukarıdaki denklem takımında Z=0 yazılarak K sabiti bulunur. Böylece ekran üzerindeki her bir noktanın cisim koordinat sistemdeki yeri bulunmuş olur.

Yüzey dokusu bir doku örüntüsünün yüzey boyunca tekrarından ibarettir. Bu nedenle doku olarak küçük bir örüntü seçilir, ve yüzey bu örüntü üzerine izdüşürülür. Bu izdüşüm taşma varsa da bu sorun yüzeyin diğer kısımlarında örüntü tekrarlanarak kolayca giderilebilir. Bu nedenle örüntü için küçük bir bellek kullanılabilir. X,Y koordinatlarının yalnız anlamsız kısımları bu belleğe uygulanarak doku üretilebilir.

$$X = X_A - Z_A \frac{-\sin\theta \cos\alpha + (\cos\theta \cos\beta + \sin\theta \sin\alpha \sin\beta) \tan\lambda + (\cos\theta \sin\beta - \sin\theta \sin\alpha \cos\beta) \tan\lambda'}{-\sin\alpha - \cos\alpha \sin\beta \tan\lambda + \cos\alpha \cos\beta \tan\lambda'}$$

$$Y = Y_A - Z_A \frac{\cos\theta \cos\alpha + (\sin\theta \cos\beta - \cos\theta \sin\alpha \sin\beta) \tan\lambda + (\sin\theta \sin\beta + \cos\theta \sin\alpha \cos\beta) \tan\lambda'}{-\sin\alpha - \cos\alpha \sin\beta \tan\lambda + \cos\alpha \cos\beta \tan\lambda'}$$

$$X = X_A - Z_A \frac{K_{XS} + NK_{X\gamma} * d \tan \gamma + MK_{X\lambda} * \tan \lambda}{K_{ZS} + NK_{Z\gamma} * d \tan \gamma + MK_{Z\lambda} * \tan \lambda}$$

or

$$X = X_A - Z_A * P_X / P_Z$$

$$Y = Y_A - Z_A \frac{K_{YS} + NK_{Y\gamma} * d \tan \gamma + MK_{Y\lambda} * \tan \lambda}{K_{ZS} + NK_{Z\gamma} * d \tan \gamma + MK_{Z\lambda} * \tan \lambda}$$

or

$$Y = Y_A - Z_A * P_Y / P_Z$$

where

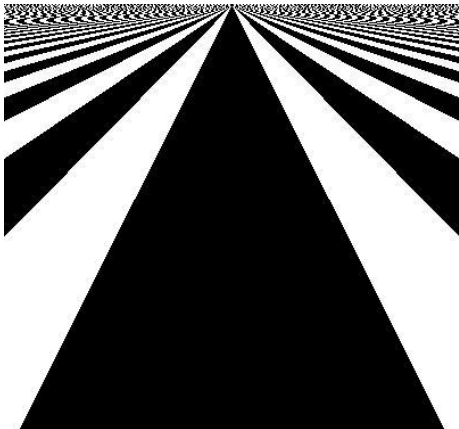
P_X = numerator of 6.14 (or 6.10)

P_Y = numerator of 6.16 (or 6.11)

P_Z = denominator of these equations

3. Doku Kaplama Uygulaması

Ters perspektif transformasyon yöntemiyle doku üretiminde doku örüntüsünün karmaşıklığı hesaplama miktarını değiştirmez. Hesaplama miktarı görüntüleme düzleminin çözünürlüğüne bağlıdır. Bu deneyde düzlem yüzeyler üzerine bazı doku örüntülerinin izdüşürülmesi amaçlanmıştır. Bu işlem 3-boyutlu nesnenin 2-boyutlu görüntü düzlemi üzerinde perspektif projeksiyonu gerektirir. Daha sonra 2-boyutlu uzayda bu nesneyi temsil eden her pikselin gözlemcinin konumuna ve doğrultusuna bağlı olarak doku uzayındaki karşılığı hesaplanır. Bulunan bu X, Y koordinatları doku deposuna adres bilgisi olarak uygulanarak gerekli renk veya parlaklık değeri okunarak nesnenin görüntüsünü oluşturan pikselde görüntülenir. Bu teknik bazı örneklemeye hataları oluşturur. Şekil 5 ve 6 da üretilen bir yol dokusu örneklemeye (aliasing) hatası ile birlikte gösterilmiştir.



Şekil-5 Siyah-Beyaz şerit dokusu



Şekil-6 Karlı yol dokusu

4. Deneye Hazırlık

- Rotasyonda kullanılan formüllerin çıkarılışını inceleyiniz.
- Perspektif dönüşüm ve izdüşüm kavramlarını anlamaya çalışınız.
- Bilgisayar grafiklerinde kullanılan paralel projeksiyon türlerini araştırınız.
- Anti-aliasing teknikleri hakkında araştırma yapınız.
- Doku kaplamada ters perspektif ile perspektif dönüşüm ne gibi farklılıklara sahiptir? Kavramları inceleyiniz.

5. Deneyin Yapılışı

- Rotasyon formüllerinin oluşumunu gösteriniz.
- Paralel projeksiyon türlerinin nasıl oluşturulduğunu ve nerelerde kullanıldığını kavrayınız.
- Ters perspektif dönüşüm ile yüzey dokusu kaplama kodlarını yazınız.
- Perspektif dönüşüm mantığı ile yüzey dokusu kaplayınız.
- (x, y, z) cisim uzayındaki bir küre dilimi y eksenini etrafında -45 derece ve x eksenini etrafında $+35$ derece döndürüldükten sonra ortografik (dik) projeksiyon kullanılarak 32×32 piksellik bir (P_x, P_y) görüntü uzayında görüntülenmektedir. u, w düzlemindeki 64×64 piksellik basit bir ağ (grid) uygun bir transformasyon ile bu küre dilimi üzerine yerleştirilmek isteniyor. 32×32 piksellik görüntü uzayına karşılık düşen cisim uzayı penceresinin $-1 \leq x' \leq 1, -1 \leq y' \leq 1$ olduğu varsayılmaktadır. Her piksel sol alt köşesinin koordinatları ile tanımlanmaktadır. $P_x=22, P_y=22$ pikselinin 64×64 piksellik u, w uzayındaki konumunu bulmak için:
 - (P_x, P_y) piksel değerleri ile (x', y', z') koordinatları arasındaki geçişi sağlayan bağıntıları bulunuz.
 - Transformasyon matrisini kullanarak (x, y, z) koordinatlarını hesaplayınız.
 - (P_x, P_y) pikseline ilişkin u, w koordinatlarını hesaplayınız.