



**FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ**  
**Matematik Bölümü**

2013-2014 Eğitim-Öğretim Yılı, I. Dönem

**FONKSİYONEL ANALİZ - I**  
**FİNAL Sınavı**

Tarihi : 24 / 01 / 2014

Saati : 14.<sup>00</sup> -- 15.<sup>15</sup>

Vize :

Değerlendirme

1	2	3	4	Toplam
15p	15p	15p	15p	115p
10p	15p	15p	15p	

Bölümü

Matematik Bölümü

Sınıfı

Numarası

Adı – Soyadı

**Not:** Süre 75 dakikadır. Soruları cevaplarken ara işlemleri göstermeniz gerekir, işlemsiz doğru cevaplara puan verilmeyecektir. Sadece 100 puanlık soru cevaplanacaktır.  
**Sınav Salonları: E202, E302**

**Başarılar,**

Doç. Dr. Necip ŞİMŞEK

**SORULAR**

1-) (a) Metrik uzayda *bir fonksiyonun sürekliliği* tanımı yapınız.  $(X, d)$  bir metrik uzay ve  $a \in X$  olsun.

$d_a x = d(a, x)$  şeklinde tanımlı fonksiyon süreklimidir? Niçin?

(b) *Dizisel süreklilik* kavramını açıklayınız. Metrik ve topolojik uzaylarda *süreklilik* ile *dizisel süreklilik* ilişkisini ifade edip, ifadenizi ispat ediniz.

2-) *Tam metrik uzayı* tanımlayınız.  $d(x, y) = \left| \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right|$  ile verilen  $d$  metriğine göre **i)**  $N$  doğal sayılar kümesi **ii)**  $R$  reel sayılar kümesi tam mıdır, gösteriniz?

(b) Her bir  $i = \overline{1, n}$  için  $(X_i, \|\cdot\|_i)$  normlu uzay ise  $\|x\|_o = \sum_{i=1}^n \|x_i\|_i$  olarak tanımlanan  $\|\cdot\|_o$  dönüşümünün  $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  de bir norm olduğunu gösteriniz.

3-) (a)  $\ell_\infty$  dizi uzayını tanımlayarak bu uzayı tam yapan normu yazınız ve tamlığını ispat ediniz.

(b)  $L$  bir lineer uzay, bu uzayda denk iki norm  $\|\cdot\|^1$  ve  $\|\cdot\|^2$  verilsin.  $N$  normlu bir uzay olmak üzere;  $f : L \rightarrow N$  dönüşümü bu denk normlardan birine göre sürekli ise diğerine göre de sürekli, gösteriniz.

4-) (a) *Kapalılık, sınırlılık ve Kompaktlık* kavramlarını tarif edip, kompaktlık ile bu iki kavramın ilişkisini ifade ediniz (metrik ve normlu uzaylarda). Uzayın sonlu boyutlu olmasının kompaktlık ile ilişkisini açıklayınız.

(b) Denk norm tanımını yapınız. Bir lineer uzayda denk iki normun aynı topolojiyi verdiğini ispatlayınız.

**CEVAPLAR**