



FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ
Matematik Bölümü

2012-2013 Eğitim-Öğretim Yılı, I. Dönem

FONKSİYONEL ANALİZ - I
FİNAL Sınavı

Tarihi : 14 / 01 / 2013

Saati : 16.⁰⁰ -- 17.³⁰

Vize :

Değerlendirme

1	2	3	4	5	Toplam
10p	15p	10p	10p	15p	120p
10p	10p	10p	15	15p	

Bölümü

Matematik Bölümü

Sınıfı

Numarası

Adı – Soyadı

Not: Süre 90 dakikadır. Sadece 100 puanlık soruya puan verilecektir. Soruları cevaplarırken ara işlemleri göstermeniz gerekir, işlemsiz doğru cevaplara puan verilmeyecektir.

Başarılar,

Doç. Dr. Necip ŞİMŞEK

SORULAR

- 1-) (a) Bir metrik uzayda kapalı yuvar, bir cümlelerin kapanışı tanımlarını yapınız. “Bir metrik uzayda her kapalı yuvarın kapalı bir cümle olup-olmayacağını” ifade ederek, iddianızı gerçekleyiniz.
- (b) Metrik uzayda bir fonksiyonun sürekliliği tanımını yapınız. (X, d) bir metrik uzay ve $a \in X$ olsun. $d_{a,x} = d(a, x)$ şeklinde tanımlı fonksiyon sürekli midir? Niçin?
- 2-) (a) Metrik uzayda, yakınsak dizi, Cauchy dizisi, tamlık kavramlarını açıklayınız. Sınırlı dizilerin kümesini, bu kümeyi metrik uzay yapan metriği yazınız. Yazdığınız metriğe göre uzayın tamlığını araştırınız ?
- (b) Metrik topoloji ve metriklenebilir uzay tanımlarını yapınız.
- 3-) (a) Lineer bağımsızlık, baz tanımlarını yapınız. L lineer uzay ve n -elemanlı bir küme de L nin bir bazı olsun. Uzayın her elemanının bazı elemanlarının lineer birleşimi olarak tek şekilde yazılıp-yazılamayacağını ifade ediniz, iddianızı gerçekleyiniz.
- (b) Bildiğiniz normlu uzaylardan (bu uzayları normlu yapan norm fonksiyonlarıyla beraber) beş tanesini yazınız.
- 4-) (a) Banach uzayı tanımını yapınız. ℓ_∞ dizi uzayının üzerindeki normla bir Banach uzayı olduğunu gösteriniz.
- (b) Normlu uzay tanımını yapınız. Metrik uzay ile normlu uzay arasındaki içermeyi belirleyip, iddianızı gerçekleyiniz.
- 5-) (a) Bir L lineer uzayı üzerinde farklı $\| \cdot \|_1$ ve $\| \cdot \|_2$ normları ve de $k > 0$ verilsin. $\|x\|_2 \leq k \|x\|_1 \Leftrightarrow D_1(\theta, \frac{1}{k}) \subseteq D_2(\theta, 1)$ dir, ispatlayınız.
- (b) $f_n : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, $f_n(x) = x^2 - \frac{x}{n}$ fonksiyon dizisinin noktasal yakınsaklığı ve düzgün yakınsaklığını araştırınız. Bu fonksiyonun yakınsamasının düzgün olduğu aralığı bulunuz.

CEVAPLAR