	FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ Matematik Bölümü 2013-2014 Eğitim-Öğretim Yılı, I. Dönem FONKSİYONEL ANALİZ - I Vize Telafi Sınavı	Tarihi : 09 / 01 / 2014		Saati : 17:00 -- 18:00		
		Vize :		Değerlendirme		
		1	2	3	4	Toplam
		15p	15p	10p	20p	100p
		10p	10p	10p	10p	

Bölümü	Matematik Bölümü	**Not:** Süre **75** dakikadır. Soruları cevaplarken ara işlemleri göstermeniz gerekir, işlemsiz doğru cevaplara puan verilmeyecektir.
Sınıfı		
Numarası		**Başarılar,**
Adı – Soyadı		Doç. Dr. Necip ŞİMŞEK

SORULAR

1-) a) (X,d) bir metrik uzay olmak üzere; $d_1(x,y)=1+d(x,y)$ nin metrik olup olmadığını gösteriniz.

b) X üzerinde tanımlı bir *metriğin* hangi koşullar altında X üzerinde bir *norm* üreteceğini belirtiniz, nedenlerini açıklayınız.

2-) a) Bir metrik uzayda, *bir noktanın bir kümeye uzaklığı, bir kümenin bir kümeye uzaklığı* ve *bir kümenin çapı* tanımlarını yapınız.

b) Reel sayılar üzerindeki alışılmış metrik altında, A kümesi olarak $(a_n)=(\frac{1}{n})$ dizisinin elemanlarının kümesi; B kümesi olarak da $(b_n)=(-\frac{1}{n})$ dizisinin elemanlarının kümesi alındığında, uzaklık tanımı yardımıyla bu iki küme arasındaki uzaklığı bulunuz. Eğer metrik fonksiyonu olarak bir ayrık metrik alınsa idi, bu metriğin tanım ve değer kümelerini açıkça yazarak belirtiniz.

3-) a) *Lineer uzay*, *lineer altuzay, lineer birleşim, lineer bağımsızlık, baz* ve *boyut* tanımlarını yapınız.

b) $C[-1,1]$ (üzerinde tanımlı reel fonksiyonlar için toplama ve skalerle çarpma işlemleriyle birlikte) lineer uzayı için; $A=\{f\in C[-1,1]: f(x)\geq 0\}$ kümesi bir lineer altuzay mıdır, gösteriniz.

4-) a) $C[1,e]$ vektör uzayı üzerinde tanımlı $\|f\|=\int_1^e |f(x)|dx$ fonksiyonunun bir norm olduğunu gösteriniz. $f(x)=\ln(x)$ için bu normu hesaplayınız.

b) $(E,\|\ \|)$ bir normlu uzay olsun. Yeni tanımladığımız $\|x\|^*=\dfrac{\|x\|}{1+\|x\|}, x\in E$ fonksiyonunun E üzerinde bir norm olup-olmadığını gösteriniz.

CEVAPLAR