İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ 2001	**FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ** **Matematik Bölümü** **2014-2015 Eğitim-Öğretim Yılı, I. Dönem** **FONKSİYONEL ANALİZ - I** **BÜTÜNLEME Sınavı**	**Tarihi :** 23 / 01 / 2015		**Saati** : $14:\underline{00}$ -- $15:\underline{15}$			
		Değerlendirme					
		1	**2**	**3**	**4**	**Toplam**	
Bölümü	Matematik Bölümü	**Not:** Süre **75** dakikadır. Soruları cevaplarken ara işlemleri göstermeniz gerekir, işlemsiz doğru cevaplara puan verilmeyecektir. Sadece 6 soru cevaplanacaktır. **B403**					
Sınıfı							
Numarası		**Başarılar,**					
Adı – Soyadı		Doç. Dr. Necip ŞİMŞEK					

S O R U L A R

1-) a) (X,d) bir metrik uzay olsun. $d_1(x,y) \overset{\text{tanim}}{=} \ln(1+d(x,y))$ olmak üzere (X,d_1) uzayı bir metrik uzay mıdır? Gösteriniz.

b) Metrik uzayda *bir fonksiyonun sürekliliği* tanımını yapınız. (X,d) bir metrik uzay ve $a \in X$ olsun. $d_a x \overset{\text{tanim}}{=} d(a,x)$ şeklinde tanımlı fonksiyon sürekli midir? Niçin?

2-) a) Metrik uzayda *yoğun olma* ve *ayrılabilir olma* kavramlarını açıklayınız. $\Re$ nin ayrılabilir olup-olmadığını ifade edip, gerçekleyiniz.

b) Banach uzayı tanımını yapınız. ℓ_∞ dizi uzayının, üzerindeki normla beraber bir Banach uzayı olduğunu gösteriniz.

3-) a) Her bir $i=\overline{1,n}$ için $(X_i, \|\cdot\|_i)$ normlu uzay ise $\|x\|_o = \sum_{i=1}^{n} \|x_i\|_i$ olarak tanımlanan $\|\cdot\|_o$ dönüşümünün $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ de bir norm olduğunu gösteriniz.

b) *Lineer bağımsızlık, baz* tanımlarını yapınız. L lineer uzay ve n-elemanlı bir küme de L nin bir bazı olsun. Uzayın her elemanının bazın elemanlarının lineer birleşimi olarak tek şekilde yazılıp-yazılamayacağını ifade ediniz, iddianızı gerçekleyiniz.

4-) a) Banach uzaylarında *konveks cümle ve kapalı birim yuvarı* tanımlayınız. Kapalı birim yuvarın konveks olduğunu gösteriniz.

b) $C[1,e]$ vektör uzayı üzerinde tanımlı $\|f\| = \int_1^e |f(x)|dx$ fonksiyonunun bir norm olduğunu gösteriniz. $f(x)=\ln(x)$ için bu normu hesaplayınız.

C E V A P L A R