



FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ
Matematik Bölümü

2014-2015 Eğitim-Öğretim Yılı, I. Dönem

FONKSİYONEL ANALİZ - I
Vize MAZARET Sınavı

Tarihi : 25 / 11 / 2014

Saati : 12.⁰⁰ -- 13.¹⁵

Değerlendirme

1	2	3	4	Toplam
15p	10p	15p	10p	100p
10p	15p	10p	15	

Bölümü

Matematik Bölümü

Sınıfı

Numarası

Adı – Soyadı

Not: Süre 75 dakikadır. Soruları cevaplarken ara işlemleri göstermeniz gerekir, işlemsiz doğru cevaplara puan verilmeyecektir. **B403**

Başarılar,

Doç. Dr. Necip ŞİMŞEK

SORULAR

- 1-) a) (X, d) bir metrik uzay olmak üzere; $d^*(x, y) = 2 + d(x, y)$ verildiğinde (X, d^*) nin metrik uzay olup olmadığını gösteriniz.
b) Bir metrik uzayda *kapalı yuvar*, *bir cümle*nin *kapanışı* tanımlarını yapınız. “Bir metrik uzayda her kapalı yuvarın kapalı bir cümle olup-olmayacağını” ifade ederek, iddianızı gerçekleştiriniz.
- 2-) a) Bir metrik uzayda, *bir noktanın bir kümeye uzaklığı*, *bir kümenin bir kümeye uzaklığı* ve *bir kümenin çapı* tanımlarını yapınız.
b) (\mathcal{R}, d) alışılmış metrik uzayında, $A = \{a_n : (a_n) = (\frac{15}{n})\}$ ve $B = \{b_n : (b_n) = (\frac{300}{n})\}$ kümeleri verildiğinde $d(A, B)$ yi hesaplayınız. Eğer metrik fonksiyonu olarak d_\wedge ayrık metrik alınırsa, bu metriğin tanım ve değer kümelerini açıkça yazarak belirtiniz. $d_\wedge(A, B)$ yi hesaplayınız.
- 3-) a) *Metrik topoloji* ve *metriklenebilir uzay* tanımlarını yapınız.
b) $C[-1, 1]$ (üzerinde tanımlı reel fonksiyonlar için toplama ve skalerle çarpma işlemleriyle birlikte) lineer uzayı için; $A = \{f \in C[-1, 1] : \forall x \in [-1, 1] \text{ için } f(-x) = f(x)\}$ kümesi bir lineer altuzay mıdır, gösteriniz.
- 4-) a) \mathcal{R}^2 de verilen $x = (x_1, x_2)$ elemanı için $g(x) = |x_1 - x_2|$ fonksiyonunun bir norm olup-olmadığını gösteriniz.
b) *Normlu uzay* tanımını yapınız. Metrik uzay ile normlu uzay arasındaki içermeyi belirleyip, iddianızı gerçekleştiriniz.

CEVAPLAR