



FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ

Matematik Bölümü

2014-2015 Eğitim-Öğretim Yılı, II. Dönem

MAT412 FONKSİYONEL ANALİZ - II

Vize Mazeret-Telafi Sınavı

Tarihi : 17 / 04 / 2015

Saati : 10.⁰⁰ -- 11.¹⁵

Değerlendirme

1	2	3	4	Toplam
20p	15p	15p	15p	100p
	10p	15p	10p	

Bölümü

Matematik Bölümü

Sınıfı

Numarası

Adı – Soyadı

Not: Süre 75 dakikadır. Soruları cevaplarken ara işlemleri göstermeniz gerekir, işlemsiz doğru cevaplara puan verilmeyecektir. B403

Başarılar,

Doç. Dr. Necip ŞİMŞEK

SORULAR

- 1-) *Normların denkliği* tanımını yapınız. L bir lineer uzay, bu uzayda denk $\|\cdot\|^1$ ve $\|\cdot\|^2$ normları verilsin. $(L, \|\cdot\|^2)$ uzayının tam olması için gerek ve yeter şart $(L, \|\cdot\|^1)$ uzayının tam olmasıdır, ispatlayınız.
- 2-) a) *Kompaktlık* kavramını açıklayınız. Metrik uzaylarda, sürekli dönüşüm altında kompakt kümelerin kompakt kümelere dönüştüğünü ispatlayınız.
b) *Riesz Lemmasının* ne anlama geldiğini, teoride nasıl kullanıldığını ifade ediniz.
- 3-) a) *Lineer operatör* tanımını yapınız. $T[(f)(x)] = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \int_0^x f(x)e^{-tx} dt$ şeklinde tanımlı operatörün lineer olup-olmadığını gösteriniz.
b) L ve L' iki lineer uzay ve $\mathbf{L}(L, L') = \{T | T: L \rightarrow L' \text{ lineer}\}$ verilsin. Bu \mathbf{L} uzayını lineer uzay yapan işlemleri yazınız ve \mathbf{L} uzayının bu işlemlerle bir *lineer uzay* olduğunu gösteriniz.
- 4-) a) $T: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$, $T(x, y) = (x + y, x)$ şeklinde tanımlanan operatörün çekirdeğini bulunuz ve geometrik olarak yorumlayınız. Eğer varsa; bu operatörün tersini bulunuz.
b) L_1 ve L_2 lineer uzaylar ve $T: L_1 \rightarrow L_2$ lineer operatör olsun. $A \subset L_1$ olmak üzere;
“ A -lineer bağımlı $\Rightarrow T(A)$ -lineer bağımlıdır” gösteriniz.

CEVAPLAR