



FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ

Matematik Bölümü

2014-2015 Eğitim-Öğretim Yılı, II. Dönem
MAT412 FONKSİYONEL ANALİZ - II
FİNAL Sınavı

Tarihi : 29 / 05 / 2015

Saati : 10.⁰⁰ -- 11.¹⁵

Vize :

Değerlendirme

1	2	3	4	Toplam
10p	10p	15p	10p	100p
15p	15p	10p	15p	

Bölümü

Matematik Bölümü

Sınıfı

Numarası

Adı – Soyadı

Not: Süre 75 dakikadır. Soruları cevaplarken ara işlemleri göstermeniz gerekir, işlemsiz doğru cevaplara puan verilmeyecektir. E202

Başarılar

Doç. Dr. Necip ŞİMŞEK

SORULAR

1-)a) *Normların denkliği* tanımını yapınız. Sonlu boyutlu uzaylar üzerinde tanımlı tüm normların birbirine **denk** olduğunu ispatlayınız.

b) Normlu bir uzayda; denk normlardan birine göre **sınırlı** olan dizinin, diğer norma göre de **sınırlı** olup olmayacağını ifade edip, ifadenizi ispatlayınız.

2-)a) Normlu uzaylar arasında tanımlı lineer operatörler için *sınırlılık* ve *süreklilik* tanımlarını yapınız. Bu operatörler için *sınırlılık* ve *düzgün süreklilik* ilişkisini açıklayıp, ispat ediniz.

b) *Kompaktlık* kavramını açıklayınız. Metrik uzaylarda, sürekli dönüşüm altında kompakt kümelerin kompakt kümelere dönüştüğünü ispatlayınız.

3-)a) Her $a_{ij} \in \mathbb{F}$ olmak üzere bir $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ matrisi verilsin. $\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m |a_{ij}|$ ve $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$

normları altında $\left\| \begin{pmatrix} 5-3i & 2 \\ 12 & 6+5i \end{pmatrix} \right\|_1 = ?$ $\left\| \begin{pmatrix} 5-3i & 2 \\ 12 & 6+5i \end{pmatrix} \right\|_\infty = ?$

b) L ve L' iki lineer uzay ve $\mathcal{L}(L, L') = \{T | T: L \rightarrow L' \text{ lineer}\}$ verilsin. Bu \mathcal{L} uzayını lineer uzay yapan işlemleri yazınız ve \mathcal{L} uzayının bu işlemlerle bir *lineer uzay* olduğunu gösteriniz.

4-)a) $(C^1[-\pi, \pi], \|\cdot\|_\infty)$ uzayında, $P_0: C^1[-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}; P_0(f) = f'(0)$ şeklinde tanımlı operatörün *lineerliğini* ve $C^1[-\pi, \pi]$ üzerindeki *sürekliliğini* araştırınız.

b) $T_1, T_2 \in C(N, N)$ ve $(T_1 T_2)(x) = T_1(T_2(x))$ olarak tanımlandığında, $T_1 T_2 \in C(N, N)$ dir, gösteriniz.

CEVAPLAR